

Autores | Authors

Aline Silvestre Borges*
[alinesilvestreborges@gmail.com]

Rosana Sueli da Motta Jafelice**
[rmotta@ufu.br]

Marcelo Melazzo Rodrigues ***
[marcelo.melazzo@ufu.br]

Carlos Eugenio Pereira ****
[cepereira@ufu.br]

MODELAGEM MATEMÁTICA E TECNOLOGIAS DIGITAIS NA APRENDIZAGEM DA TEORIA DOS CONJUNTOS FUZZY NO ENSINO MÉDIO

MATHEMATICAL MODELING AND DIGITAL TECHNOLOGIES IN LEARNING FUZZY SET THEORY IN HIGH SCHOOL

Resumo: O objetivo do trabalho é propor uma sequência didática para introduzir o ensino da teoria dos conjuntos *fuzzy* no ensino médio, tendo como motivação o rompimento de uma barragem de rejeitos. A proposta das atividades em sala de aula é interativa e utiliza tecnologias digitais da informação e comunicação. A lógica *fuzzy* é introduzida e destacam-se as principais diferenças com a lógica matemática clássica. Os estudantes constroem, com o auxílio de um especialista na área de hidráulica e saneamento, um Sistema Baseado em Regras *Fuzzy*, utilizando o *software* livre FisPro, que controla o risco de rompimento ou de vazamento de rejeitos da barragem. Uma maquete em acrílico foi construída com um protótipo de barragem, com o auxílio de uma impressora 3D. Assim, os estudantes interagem, através de um smartphone, com o sensor colocado na barragem, inserindo dados das variáveis de entrada do Sistema Baseado em Regras *Fuzzy*. As variáveis de entrada do sistema são: idade, altura e volume de rejeitos da barragem. Dependendo do valor de saída do sistema, a barragem rompe uma quantidade de bolinhas coloridas em gel, que representam os rejeitos. Essa sequência didática foi aplicada em um minicurso para estudantes do ensino médio. A avaliação do aprendizado do conteúdo foi realizada através de um jogo elaborado no *software* livre RPG Maker. Os resultados da avaliação quantitativa foram significativos. Ressalta-se que o mais importante é introduzir uma teoria que considera matematicamente a incerteza, utilizando tecnologias digitais e um tema da atualidade.

Palavras-chave: conjuntos *fuzzy*; barragem de rejeitos; internet das coisas; ensino.

Abstract: The aim of the work is to propose a didactic sequence to introduce the teaching of fuzzy sets theory in high school, having as a motivation the rupture of a tailings dam. The methodology uses communications technologies that utilize digital information and interactivity. Fuzzy logic is introduced and the main differences with classical mathematical logic are highlighted. Students build, with the help of an expert in hydraulics and sanitation, a Fuzzy Rule-Based System, using the free software FisPro, which controls the risk of rupture or risk of leakage of the tailings from the dam. An acrylic model was built of a dam prototype, with the aid of a 3D printer. Thus, students interact, using a smartphone, with a sensor placed on the dam, entering data from the input variables of the Fuzzy Rule-Based System. The input variables of this system are: age, height and volume of tailings from the dam. Depending on the output value of this system, the dam will break a number of colored gel balls, which represent the tailings. This didactic sequence was applied in a short course for high school students. The evaluation of the content learning was carried out through a game created in the free software RPG Maker. The results of the quantitative assessment were significant. It is noteworthy that the most important thing is to introduce a theory that mathematically considers uncertainty using digital technologies and a current issue.

Keywords: fuzzy sets; tailings dam; internet of things; teaching.

Recebido em: 16/03/2021

Aceito em: 14/10/2021

INTRODUÇÃO

Nos dias de hoje, em que cada vez mais o homem quer ter controle sobre o mundo que o cerca, é crescente o interesse por processos quantitativos para prever fenômenos da realidade.

Há cinco anos, o Brasil se assustava com o rompimento da barragem de Fundão, da Mineradora Samarco. A lama devastou o distrito de Bento Rodrigues, no município de Mariana, em Minas Gerais, destruindo casas e ocasionando a morte de 19 pessoas, provocando, ainda, o maior desastre ambiental registrado no Brasil. Apenas três anos mais tarde, em janeiro de 2019, mais um acidente envolvendo o rompimento de outra barragem, a barragem da Vale, na Mina Córrego do Feijão, ocasionando a morte de dezenas de pessoas por onde a onda passou, cheia de rejeitos acumulados na barragem, em todo o vale a jusante.

As barragens são grandes estruturas, utilizadas há mais de 6.000 anos, sendo definidas pelo Comitê Brasileiro de Barragens (CBDB) como obstáculos com a capacidade de reter qualquer líquido, rejeitos ou detritos, para fins de armazenamento ou controle, podendo variar de tamanho. Geralmente, são usadas para fornecimento de água, geração de energia hidrelétrica, controle de cheias e irrigação. Essas estruturas podem romper de várias formas (erosão interna, galgamento, deslizamento, derrubamento e outras), e isso pode ser causado por fenômenos naturais ou também por má gestão (ZHANG, XU; JIA, 2007).

Com o intuito de calcular os riscos de rompimento e de vazamento de uma barragem utilizando-se a teoria dos conjuntos *fuzzy*, um especialista em hidráulica e saneamento colaborou com o trabalho. Através de sua orientação, foram estabelecidos os parâmetros dos níveis do risco do rompimento e de vazamento de barragens de rejeitos. O vazamento do reservatório deve-se à abertura de uma pequena fresta ou rachadura na estrutura da barragem que permite o escoamento de certa porção do fluido armazenado, enquanto a ruptura é o colapso completo da barragem, com escoamento do fluido armazenado. Por meio de uma planilha compartilhada da Agência Nacional de Energia Elétrica (ANEEL) (BRASIL, 2000), são estabelecidas três variáveis fundamentais: idade, altura e volume de rejeitos da barragem. Essas variáveis influenciam o risco de rompimento e de vazamento da barragem. Neste trabalho, considerou-se que a barragem é construída de terra-enrocamento.

Na seção de metodologia, alguns conceitos da teoria dos conjuntos *fuzzy* são apresentados. Essa teoria foi desenvolvida por Lotfi Asker Zadeh (ZADEH, 1965), com o objetivo de formular matematicamente a subjetividade própria de fenômenos naturais. A lógica proposta na teoria foi elaborada a partir dos conceitos já conhecidos da lógica clássica booleana (ALENCAR FILHO, 2002). Os conjuntos *fuzzy* podem ser aplicados em situações nas quais não podemos responder apenas “sim” ou “não” a determinada questão.

Para exemplificar a junção da teoria dos conjuntos *fuzzy* ao estudo do risco de rompimento de barragens é apresentado o trabalho de Leite (2019). Esse trabalho analisa os riscos em anomalias e patologias em barragens para prevenção de incidentes e acidentes que levem à ruptura com impacto danoso. São também identificados fatores de risco para o rompimento de barragens, utilizando-se o método de apoio multicritério à tomada de decisão associado a regras *fuzzy*, de forma a caracterizar a natureza desse risco.

De acordo com a pesquisa de Corcoll-Spina (2010), a lógica *fuzzy* pode ser aplicada a certos problemas do ensino médio, através da modelagem matemática. Com isso, os estudantes podem estabelecer os graus de pertinência de determinado problema a partir das questões que lhes são propostas, sendo respondidas e analisadas com base na lógica *fuzzy*.

É preciso repensar as práticas pedagógicas para se trabalhar com o conteúdo de matemática. Nas escolas, são conhecidos o desinteresse e a dificuldade dos estudantes com a prática da matemática, fazendo-se necessário desenvolver atividades que atraiam e motivem os estudantes e os coloquem como sujeitos ativos no processo de aprendizagem. A partir desses pressupostos, apresenta-se a modelagem matemática como alternativa de ensino, com desenvolvimento de atividades que levem o estudante a construir o seu próprio conhecimento, por meio de relações concretas.

A modelagem matemática permite refletir sobre a realidade, entendendo-a – ao selecionar argumentos – e agindo sobre ela, ao formalizá-la, por meio de um modelo. Segundo Bassanezi (1994),

Modelagem Matemática é um processo que consiste em traduzir uma situação ou tema do meio em que vivemos para uma linguagem matemática. Essa linguagem, que denominamos Modelo Matemático, pressupõe um conjunto de símbolos e relações matemáticas que representam o fenômeno em questão. (BASSANEZI, 1994, p. 01).

No contexto escolar, é suficiente um modelo matemático básico, mesmo que não apresente fielmente os dados experimentais, desde que atinja os objetivos propostos e de interesse do aluno e que seja validado pela comparação dos dados modelados com os dados experimentais (BERTONE; BASSANEZI; JAFELICE, 2014), ou seja, o processo de modelar o que leva à aprendizagem.

O objetivo deste trabalho é apresentar uma sequência didática para desenvolver o pensamento de uma nova habilidade para os estudantes do ensino médio, através da inserção do conteúdo básico da teoria dos conjuntos *fuzzy*. Como motivação, é realizada a modelagem matemática da incerteza, que envolve o rompimento ou vazamento de uma barragem de rejeitos, por meio de um Sistema Baseado em Regras *Fuzzy* (SBRF). Esse sistema tem como variáveis de entrada a idade, a altura e o volume de rejeitos; e como variáveis de saída o risco de rompimento ou de vazamento de uma barragem. Um protótipo de barragem é construído, através de tecnologias de informação e comunicação, e um SBRF que controla o rompimento da barragem é instalado, para que os estudantes possam manipular e controlar o rompimento da barragem.

Finalmente, cabe destacar que esta proposta está na direção do rol de habilidades que a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) apresenta aos docentes:

Compreender e conectar os saberes sobre a estrutura disciplinar e a BNCC, utilizando este conhecimento para identificar como as dez competências da Base podem ser desenvolvidas na prática, a partir das competências e conhecimentos específicos de sua área de ensino e etapa de atuação, e a inter-relação da área com os demais componentes curriculares (BRASIL, 2018, p. 15).

O conjunto de competências docentes da BNCC também contempla as tecnologias, enfatizando a busca de soluções tecnológicas e o uso da linguagem digital como forma de expressão e compartilhamento de ideias e experiências. Além disso, esse conjunto de competências contempla a compreensão, a utilização e a criação de tecnologias digitais de forma crítica, significativa e ética. Tais tecnologias, como recurso pedagógico, são uma ferramenta de formação, produção de conhecimento, resolução de problemas e potencialização da aprendizagem dos estudantes.

DESENVOLVIMENTO E DISCUSSÃO

O pressuposto teórico do trabalho é o construcionismo de Piaget (VALENTE, 1998), definido como a construção do conhecimento por meio do computador. Esse pressuposto tem como objetivo colocar o estudante como sujeito ativo no desenvolvimento do próprio conhecimento, a partir da utilização de *softwares*, ou seja, o estudante desenvolve uma ação concreta, o que torna o processo estimulante e com significado para o estudante.

O trabalho é desenvolvido de forma a integrar a realidade, através da modelagem matemática, contribuindo, assim, para o aprendizado sobre as barragens e o impacto ambiental que o seu rompimento causa.

Ao longo do planejamento do trabalho, algumas perguntas foram levantadas:

- como propor uma sequência didática da lógica *fuzzy*?
- é possível ensinar lógica *fuzzy* no ensino médio?

O resultado da aprendizagem da teoria dos conjuntos *fuzzy* foi significativo, a partir da interação com materiais concretos. De fato, a junção de materiais concretos e tecnológicos contribuiu para que os estudantes visualizassem o rompimento da barragem, de forma mais realista.

MATERIAL E MÉTODOS

Uma maquete para modelagem do risco de rompimento da barragem foi construída. Nela foi fixado o protótipo de uma barragem construído com adaptação dos parâmetros nacionais retirados de uma planilha da ANEEL (BRASIL, 2000). Essa planilha foi disponibilizada pelo especialista na área de hidráulica e saneamento que colaborou na construção do SBRF. Para a impressão da barragem em uma impressora 3D, foi necessário o auxílio de um técnico do Laboratório de Mecânica de Estruturas (LMEST) da Universidade Federal de Uberlândia. Os *softwares* Soliwords e Simplify foram utilizados para desenhar a barragem.

Um SBRF foi construído para ser utilizado no protótipo da barragem de rejeitos, o que motiva a apresentar nesta seção os conceitos básicos da teoria dos conjuntos *fuzzy*.

Conjuntos *fuzzy*: um conjunto *fuzzy* A do universo U é caracterizado por uma função de pertinência $\mu_A : U \rightarrow [0,1]$ chamada função de pertinência do conjunto *fuzzy* A . O valor $\mu_A(x)$ da função é interpretado como o grau com que o elemento x pertence ao conjunto *fuzzy* A , ou seja, $\mu_A(x) = 0$ indica a não pertinência de x a A , e $\mu_A(x) = 1$ indica pertinência total

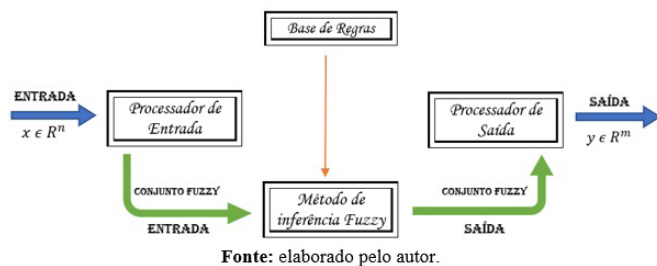
ao conjunto A. É interessante notar que um conjunto clássico B de U é um particular conjunto *fuzzy* para o qual a função de pertinência é a função característica de B, isto é, $\mu_B : U \rightarrow \{0,1\}$.

Operações entre conjuntos fuzzy: a união, a intersecção e a complementar desses conjuntos podem ser consultadas em (JAFELICE; BARROS; BASSANEZI, 2012).

Variável linguística: variável linguística é aquela cujo valor é expresso qualitativamente por termos linguísticos (que fornece um conceito à variável) e quantitativamente por uma função de pertinência, como a Figura 4.

Sistema Baseado em Regras Fuzzy: o SBRF contém quatro componentes: um processador de entrada, que realiza a fuzzificação dos dados de entrada; uma coleção de regras *fuzzy*, chamada base de regras; um método de inferência *fuzzy*; e um processador de saída, que fornece um número real como saída (JAFELICE; BARROS; BASSANEZI, 2012). Esses componentes estão conectados, conforme indicado na Figura 1.

Figura 1 - Arquitetura do Sistema Baseado em Regras Fuzzy.



Processador de entrada (fuzzificação): nesse componente, as entradas do sistema são traduzidas em conjuntos *fuzzy*, em seus respectivos domínios. A atuação de um especialista na área do fenômeno a ser modelado é de fundamental importância, para colaborar na construção das funções de pertinência para a descrição das entradas.

Base de regras: este componente é composto por uma coleção de proposições *fuzzy* na forma “Se... então...”. Cada uma dessas proposições pode, por exemplo, ser descrita linguisticamente, de acordo com o conhecimento de um especialista.

Método de inferência fuzzy: é nesse componente que cada proposição *fuzzy* é traduzida matematicamente, por meio das técnicas de raciocínio aproximado. Os operadores matemáticos são selecionados para definir a relação *fuzzy* que modela a base de regras. Para entendimento é apresentado o método de inferência de Mamdani, que é utilizado neste trabalho, conforme arquitetura da Figura 1. De modo a simplificar o método de inferência *fuzzy*, um modelo de regras com duas entradas e uma saída é ilustrado.

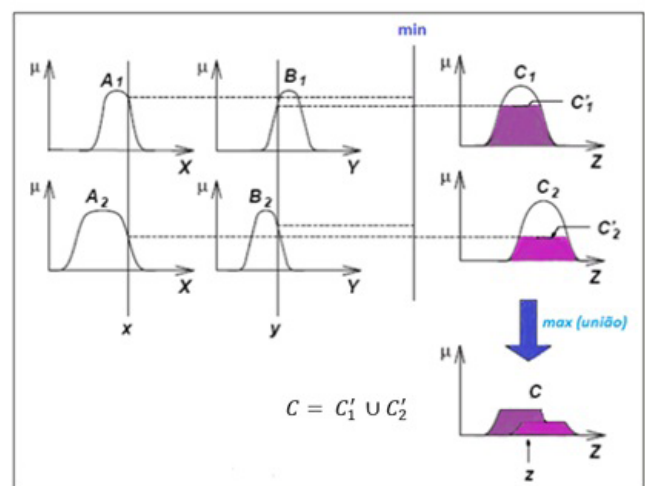
Método de inferência de Mamdani: uma regra “se (antecedente) então (consequente)” é definida pelo produto cartesiano *fuzzy* dos conjuntos *fuzzy* que compõem o antecedente e o consequente da regra. O método de Mamdani agrega as regras através do operador lógico OU, que é modelado pelo operador máximo, e, em cada regra, o operador lógico E é modelado pelo operador mínimo. Vejam-se as regras a seguir:

Regra 1: se (x é A_1 e y é B_1) então (z é C_1).

Regra 2: se (x é A_2 e y é B_2) então (z é C_2).

A Figura 2 ilustra como uma saída real z de um sistema de inferência do tipo Mamdani é gerada a partir das entradas x e y reais e a regra de composição max-min.

Figura 2 - Método de inferência de Mamdani.



A saída z é obtida pela defuzzificação do conjunto *fuzzy* de saída C da Figura 2.

Processador de saída (defuzzificação): na teoria dos conjuntos *fuzzy*, a defuzzificação é um processo que permite representar um conjunto *fuzzy* por um número real. A seguir, é apresentado o método de defuzzificação utilizado neste trabalho.

Centro de gravidade: esse método de defuzzificação é semelhante à média ponderada para distribuição de dados, com a diferença de que os pesos são os valores $\mu_C(z_i)$, que indicam o grau de compatibilidade do valor z_i com o conceito modelado pelo conjunto *fuzzy* C. Para o domínio discreto, tem-se:

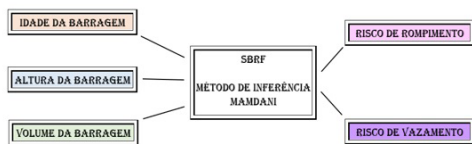
$$z = \frac{\sum_{i=0}^n z_i \mu_C(z_i)}{\sum_{i=0}^n \mu_C(z_i)}$$

Sistema Baseado em Regras Fuzzy para Rompimento da Barragem de Rejeitos

Para modelar o rompimento ou vazamento da barragem de rejeitos e formular o SBRF, foram consideradas as variáveis de entrada idade, altura e volume da barragem. A estrutura do SBRF é apresentada na Figura 3. O método de inferência fuzzy utilizado foi o de Mamdani, e o método de defuzzificação foi o centro de gravidade.

Como variável linguística do SBRF, a idade da barragem foi considerada nova (até 20 anos), média (entre 20 e 40 anos) ou velha (entre 40 e 60 anos). As idades foram determinadas conforme a matriz de classificação de risco da planilha compartilhada da ANEEL.

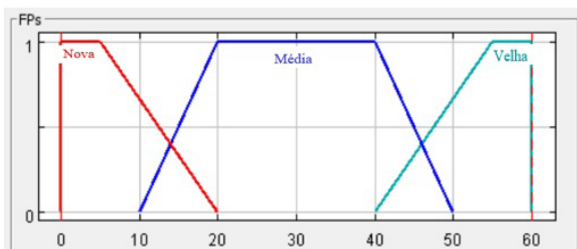
Figura 3 - Estrutura do SBRF construído com as variáveis de entrada idade, altura e volume da barragem.



Fonte: elaborado pelo autor.

Na Figura 4 são apresentados os gráficos das funções da variável de entrada idade da barragem. Os termos linguísticos são: Nova, Média e Velha.

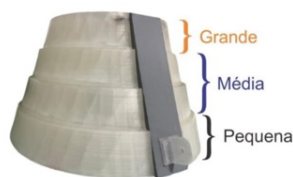
Figura 4 - Funções de pertinência (FPs) da variável idade da barragem em anos.



Fonte: elaborado pelo autor por meio do software FisPro.

O protótipo da barragem construído na impressora 3D tinha 16 centímetros de altura. Assim, o domínio da variável linguística foi de 0 a 16 centímetros e dividiu-se em três intervalos, correspondendo ao domínio dos conjuntos fuzzy relativos à altura denominados: Pequena, Média e Grande. A Figura 5 é a imagem da barragem impressa e a indicação de sua altura com os termos linguísticos.

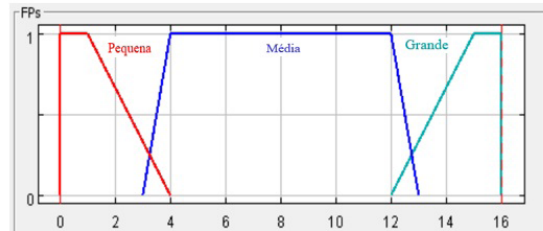
Figura 5 - Faixa de domínio dos conjuntos fuzzy referentes à altura da barragem impressa em 3D.



Fonte: elaborado pelo autor.

Na Figura 6 são apresentados os gráficos das funções de pertinência da variável de entrada altura da barragem. Os termos linguísticos da altura da barragem são: Pequena, Média e Grande.

Figura 6 - Funções de pertinência (FPs) da variável altura da barragem em centímetros.



Fonte: elaborado pelo autor por meio do software FisPro.

O formato da barragem impressa é o de um tronco de cone. O cálculo do volume foi realizado da seguinte forma: $V = \frac{\pi h}{3} [R^2 + Rr + r^2]$ em que $V =$ volume, $h =$ altura, $R =$ raio maior e $r =$ raio menor.

Considerou-se a contagem dos degraus de baixo para cima.

Volume do primeiro degrau

Diâmetro maior: 24 cm

Raio: 12 cm

Diâmetro menor: 22 cm

Raio: 11 cm

$V = 1662,10 \text{ cm}^3$

Volume do segundo degrau

Diâmetro maior: 21 cm

Raio: 10,5 cm

Diâmetro menor: 19 cm

Raio: 9,5 cm

$V = 1257,04 \text{ cm}^3$

Volume do terceiro degrau

Diâmetro maior: 18 cm

Raio: 9 cm

Diâmetro menor: 16 cm

Raio: 8 cm

$V = 908,50 \text{ cm}^3$

Volume do quarto degrau

Diâmetro maior: 15 cm

Raio: 7,5 cm

Diâmetro menor: 13 cm

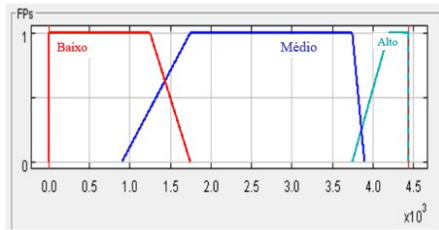
Raio: 6,5 cm

$V = 616,48 \text{ cm}^3$

Volume total da barragem impressa em 3D: 4444,12 cm³.

O domínio do volume da barragem é [0, 4444,12]. As faixas consideradas são: menor do que 1662,10; de 1662,10 a 3827,64; e maior do que 3827,64, com os termos linguísticos Baixo, Médio e Alto, respectivamente. Na Figura 7 são apresentados os gráficos das funções de pertinência da variável de entrada volume da barragem.

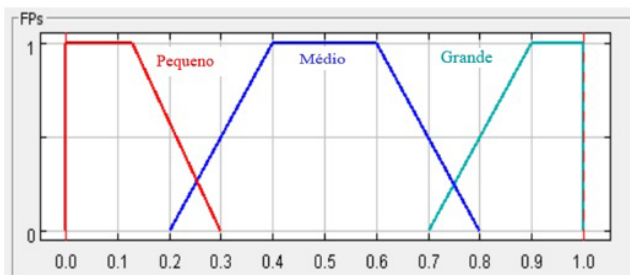
Figura 7 - Funções de pertinência (FPs) da variável volume da barragem em centímetros cúbicos.



Fonte: elaborado pelo autor por meio do software FisPro.

Na Figura 8 é apresentado o gráfico da função de pertinência do risco de rompimento da barragem. Os termos linguísticos são: Pequeno, Médio e Grande.

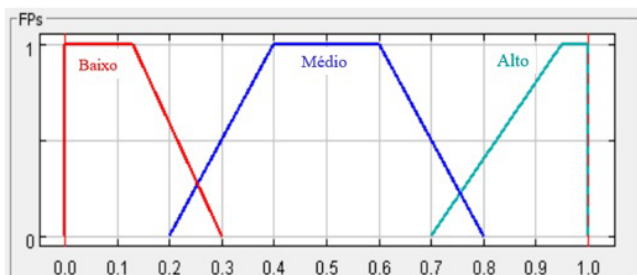
Figura 8 - Funções de pertinência (FPs) do risco de rompimento.



Fonte: elaborado pelo autor por meio do software FisPro.

Na Figura 9 são apresentados os gráficos das funções de pertinência da variável de saída risco de vazamento. Os termos linguísticos são: Baixo, Médio e Alto.

Figura 9 - Funções de pertinência (FPs) do risco de vazamento.



Fonte: elaborado pelo autor por meio do software FisPro.

A base de regras *fuzzy* foi construída e analisada com a orientação do especialista em barragens. As regras *fuzzy* são apresentadas no Quadro 1.

A base de regras *fuzzy* foi construída e analisada com a orientação do especialista em barragens. As regras *fuzzy* são apresentadas no Quadro 1.

Para exemplificar uma regra *fuzzy*: se a idade da barragem é velha, a altura da barragem é média e o volume da barragem é médio; então, o risco de rompimento é médio e o risco de vazamento é baixo.

Quadro 1 - Base de regras *fuzzy*.

Idade da barragem	Altura da barragem	Volume da barragem	Risco de rompimento	Risco de vazamento
Nova	Pequena	Baixo	Pequeno	Baixo
Nova	Pequena	Médio	Pequeno	Alto
Nova	Pequena	Alto	Pequeno	Alto
Nova	Média	Baixo	Pequeno	Baixo
Nova	Média	Médio	Pequeno	Baixo
Nova	Média	Alto	Pequeno	Alto
Nova	Alta	Baixo	Pequeno	Baixo
Nova	Alta	Médio	Pequeno	Baixo
Nova	Alta	Alto	Pequeno	Baixo
Média	Pequena	Baixo	Médio	Baixo
Média	Pequena	Médio	Médio	Médio
Média	Pequena	Alto	Médio	Médio
Média	Média	Baixo	Pequeno	Baixo
Média	Média	Médio	Pequeno	Baixo
Média	Média	Alto	Médio	Médio
Média	Alta	Baixo	Pequeno	Baixo
Média	Alta	Médio	Pequeno	Baixo
Média	Alta	Alto	Médio	Baixo
Velha	Pequena	Baixo	Pequeno	Baixo
Velha	Pequena	Médio	Médio	Médio
Velha	Pequena	Alto	Grande	Alto
Velha	Média	Baixo	Médio	Baixo
Velha	Média	Médio	Médio	Baixo
Velha	Média	Alto	Médio	Médio
Velha	Alta	Baixo	Médio	Baixo
Velha	Alta	Médio	Grande	Baixo
Velha	Alta	Alto	Grande	Baixo

Após a construção do SBRF no *software* livre FisPro inserindo-se os dados de entrada, foi possível obter o risco de rompimento e vazamento da barragem. Veja-se o exemplo.

Considerem-se os valores das variáveis de entrada: idade da barragem = 57 anos; altura da barragem = 6 cm; volume da barragem = 3.800 cm³.

Os valores das variáveis de saída são: o risco de rompimento é 0.5; e o risco de vazamento é 0.236.

Nas Figuras 10 e 11 são mostradas as imagens da maquete de acrílico construída com a barragem impressa e algumas peças para ilustrar uma cidade.

Figura 10 – Maquete 3D.



Fonte: elaborado pelo autor.

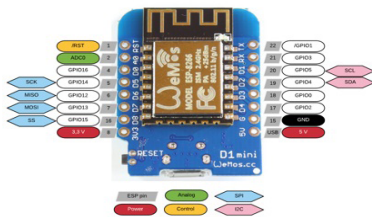
Figura 11 - Maquete 3D.



Fonte: elaborado pelo autor.

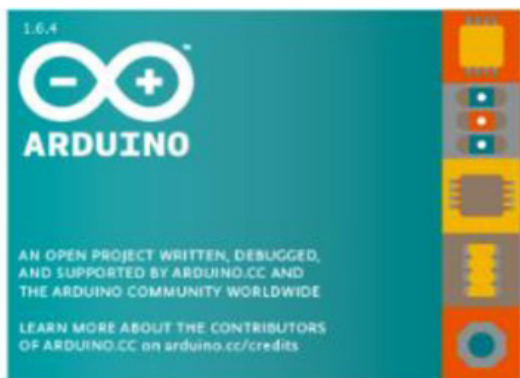
O SBRF construído anteriormente foi programado em linguagem C na placa eletrônica ESP8266 através de uma biblioteca *fuzzy* (ALVES, 2012) apenas com a saída risco de rompimento da barragem. Na Figura 11 é apresentada uma foto dessa placa. A programação na placa foi realizada através da plataforma Arduino (JERONIMUS, 2018). Na Figura 12 é apresentado o ambiente de programação da plataforma Arduino.

Figura 12 - Placa eletrônica ESP8266.



Fonte: <https://solectroshop.com/pt/content/31-arduino-modulos-wi-fi-tutorial-esp12e-nodemcu-esp-8266-e-wemos-d1-ch340>

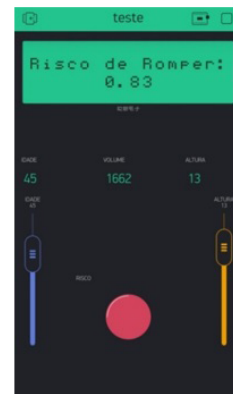
Figura 13 - Ambiente de programação da plataforma Arduino.



Fonte: *software* Arduino.

A plataforma Blynk foi utilizada para fazer a conexão da internet das coisas (*Internet of Things – IoT*¹). A placa ESP8266 tem Wi-Fi embutido, o que permite ao estudante interagir com o SBRF que modela o rompimento da barragem através do smartphone. O estudante apenas precisou baixar o aplicativo da plataforma Blynk para colocar os valores das variáveis de entrada do SBRF: idade da barragem, altura da barragem e volume. A Figura 13 ilustra a plataforma Blynk. Dessa forma, os estudantes introduziram os valores das variáveis de entrada nos smartphones através do SBRF, obtendo o valor de saída risco de rompimento. Se o valor estivesse acima de 0,8, a informação era enviada através da internet das coisas (IoT) para o motor instalado na barragem 3D, que se rompia de forma fictícia. Uma porta na barragem era aberta e uma quantidade de bolinhas em gel coloridas saíam, representando os rejeitos.

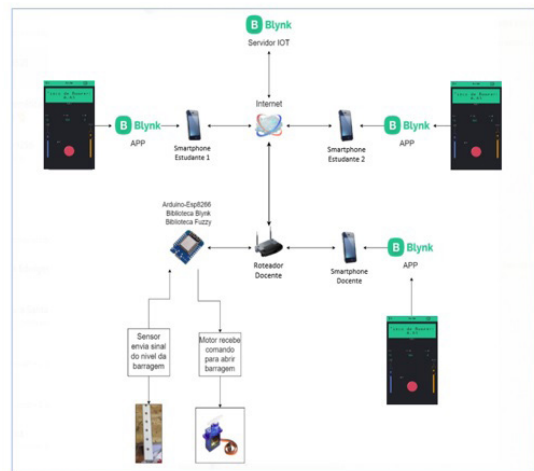
Figura 14 - Plataforma Blynk com três cursores indicando as variáveis de entrada.



Fonte: aplicativo Blynk.

A Figura 15 apresenta um esquema do funcionamento do controle do rompimento da barragem.

Figura 15 - Esquema de conexão dos sensores com os smartphones.



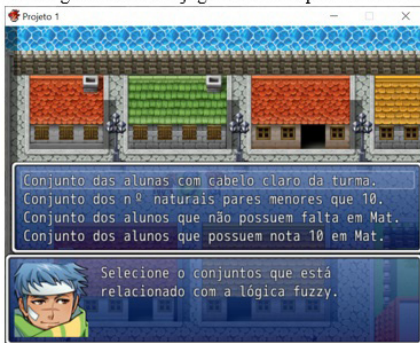
Fonte: elaborado pelo autor.

1 Disponível em: <https://blynk.io/>;

Antes de utilizarem esse dispositivo, os estudantes tiveram, em aulas anteriores, a introdução da teoria dos conjuntos *fuzzy* e construíram um SBRF similar no FisPro.

Avaliou-se a aprendizagem dos estudantes por meio de um jogo elaborado no *software* livre RPG Maker, o que tornou a atividade motivadora. Na Figura 15 é apresentada uma tela do jogo com uma questão sobre conjuntos *fuzzy* para ser resolvida pelo estudante.

Figura 16 - Uma imagem da tela do jogo com uma questão sobre conjuntos *fuzzy*.



Fonte: elaborado pelo autor por meio do *software* livre RPG Maker.

Na próxima seção é detalhada a sequência didática que envolveu o conteúdo da teoria dos conjuntos *fuzzy* e a construção do SBRF utilizando-se o FisPro.

SEQUÊNCIA DIDÁTICA

As atividades ocorreram em dez aulas de forma remota, cada uma com uma hora de duração, e estão expostas no Quadro 2, que apresenta a sequência didática com o conteúdo e os recursos utilizados. Inicialmente, os conceitos de conjuntos clássicos foram revistos.

1ª AULA – MOTIVACIONAL		
CONTEÚDOS	OBJETIVOS E DESCRIÇÃO DAS ATIVIDADES	RECURSOS
- Rompimento da barragem	No intuito de motivar os estudantes, para o estudo da modelagem <i>fuzzy</i> do risco do rompimento da barragem, inicialmente, apresenta-se o vídeo de uma barragem de rejeitos se rompendo (https://www.youtube.com/watch?v=ioyMjZikiW8). Através do vídeo, os estudantes são desafiados a desenvolverem as atividades para controlar o risco de rompimento da barragem.	- Data show - Vídeo
2ª AULA – CONJUNTOS NUMÉRICOS		
CONTEÚDOS	OBJETIVOS E DESCRIÇÃO DAS ATIVIDADES	RECURSOS

- Relação de pertinência - Relação de inclusão - Conjunto vazio - Conjunto unitário	Essa atividade tem caráter motivacional e exemplificativo. O objetivo é realizar dinâmicas de forma que os estudantes sajam os elementos divididos em grupos que formam conjuntos. Em seguida, são orientados a encontrar alguma semelhança entre si. As dinâmicas têm como objetivo exemplificar a relação de pertinência e de inclusão, de conjunto vazio e unitário. O educador pode instigar os estudantes a expressarem matematicamente esses conjuntos.	- Quadro-negro - Papel
--	---	---------------------------

3ª AULA – OPERAÇÕES ENTRE CONJUNTOS		
CONTEÚDOS	OBJETIVOS E DESCRIÇÃO DAS ATIVIDADES	RECURSOS
- União de conjuntos - Interseção de conjuntos - Conjunto complementar	Em grupos, os estudantes interagem e, com a orientação do educador, continuam as dinâmicas da aula anterior, agora focadas nas operações entre conjuntos. Os grupos são reorganizados, e solicita-se que os estudantes encontrem as semelhanças entre si e realizem as operações matemáticas associadas a esses conjuntos. Novamente, o educador pode instruir os estudantes a formalizarem matematicamente os conceitos revisados.	- Quadro-negro - Papel

4ª AULA – AVALIAÇÃO DO APRENDIZADO		
CONTEÚDO	OBJETIVOS E DESCRIÇÃO DAS ATIVIDADES	RECURSOS
- Conjuntos clássicos numéricos	Um jogo com questões no <i>software</i> livre RPG MAKER avalia os estudantes quanto ao conteúdo de conjuntos numéricos. O jogo é constituído de fases, de modo que cada fase possui dicas da resolução do problema que deve ser resolvido para se passar para a próxima fase. Os estudantes realizaram a atividade individualmente.	- Jogo no RPG Maker

5ª AULA – LÓGICA MATEMÁTICA		
CONTEÚDO	OBJETIVOS E DESCRIÇÃO DAS ATIVIDADES	RECURSOS
- Lógica clássica - Lógica <i>fuzzy</i>	Proposições associadas à lógica <i>fuzzy</i> , com as condições das proposições mencionadas pelo educador, fazem com que os estudantes formem grupos. Essas proposições trazem a incerteza na formação dos conjuntos, o que faz com que os estudantes iniciem o entendimento da lógica <i>fuzzy</i> .	- Quadro-negro - Papel

6ª AULA – FUNÇÃO DE PERTINÊNCIA		
---------------------------------	--	--

CONTEÚDO	OBJETIVOS E DESCRIÇÃO DAS ATIVIDADES	RECURSOS
- Conjuntos <i>fuzzy</i> - Grau de pertinência - Função de pertinência triangular - Função de pertinência trapezoidal	A motivação se realiza com a exemplificação de conjuntos <i>fuzzy</i> , como o conjunto das pessoas altas, das pessoas jovens, entre outros. Nesse momento, o educador apresenta aos estudantes gráficos para ilustrar os conjuntos <i>fuzzy</i> . Os estudantes classificam o grau de pertinência dos conjuntos mencionados anteriormente, determinando o melhor intervalo para analisar a proposição. Quando o conjunto atinge o grau de pertinência 1, em apenas um ponto temos a função de pertinência triangular. Para exemplificar esse tipo de função de pertinência, será considerado um conjunto de horas em torno do meio-dia (12h); das 6h e às 18h; nesse conjunto, haverá grau de pertinência 0 e, às 12h, grau de pertinência 1. No caso da função de pertinência trapezoidal, um intervalo tem grau de pertinência 1. Para ilustrar esta definição, pode-se utilizar uma jarra com capacidade de 1 litro, de modo que o conceito de jarra cheia e varia seja trabalhado; o educador pode inserir 1,1 litro de água, de modo que seja observado que o grau de pertinência para a jarra cheia permanece igual a 1.	- <i>Software</i> Geogebra - Quadro-negro - Papel - Jarra - Água

7ª AULA – OPERAÇÕES ENTRE CONJUNTOS FUZZY		
CONTEÚDO	OBJETIVOS E DESCRIÇÃO DAS ATIVIDADES	RECURSOS
- Interseção dos conjuntos <i>fuzzy</i> - União dos conjuntos <i>fuzzy</i> - Complementar dos conjuntos <i>fuzzy</i>	Utilizando o <i>software</i> Geogebra, a construção de gráficos e a elaboração de exemplos das operações de união, interseção e complementar de conjuntos <i>fuzzy</i> podem ser simples de elaborar e visualizar.	- <i>Software</i> Geogebra

8ª AULA – SISTEMA BASEADO EM REGRAS FUZZY (SBRF)		
CONTEÚDO	OBJETIVOS E DESCRIÇÃO DAS ATIVIDADES	RECURSOS
- Variáveis linguísticas - Sistema Baseado em Regras <i>Fuzzy</i> (SBRF)	O objetivo desta atividade é orientar nas dúvidas de construção do SBRF. Primeiramente, os estudantes transformam conjuntos de números reais em conjuntos <i>fuzzy</i> através das funções de pertinência, o que é chamado de <i>fuzzificação</i> . Em seguida, as proposições (regras) são definidas e examinadas paralelamente (inferência). O educador pode orientar os estudantes a escolherem um tema	- <i>Software</i> FisPro

	para construir um SBRF que os leve a ter uma boa compreensão do assunto. Utilizando-se o <i>software</i> FisPro, os gráficos das funções de pertinência das variáveis linguísticas podem ser construídos, no intuito de se verificar a qualidade de um <i>smartphone</i> . As regras <i>fuzzy</i> podem ser construídas no do próprio <i>software</i> de forma a se associarem as variáveis linguísticas de entrada com a saída.	
9ª AULA – SISTEMA BASEADO EM REGRAS FUZZY (SBRF) – BARRAGEM		
CONTEÚDO	OBJETIVOS E DESCRIÇÃO DAS ATIVIDADES	RECURSOS
- Sistema Baseado em Regras <i>Fuzzy</i> (SBRF) - Fuzzificação - Inferência - Defuzzificação	O objetivo da atividade é construir um SBRF similar ao que foi utilizado no controle da barragem impressa. A aula desenvolvida na experiência real com base nesta sequência didática contou com a participação de um especialista na área de hidráulica e saneamento, para conversar com os estudantes, analisar as regras criadas por eles e conversar sobre o problema do rompimento de barragens. Através da maquete construída, que utiliza a plataforma Arduino (placa eletrônica ESP8266), tornou-se fácil o controle das variáveis linguísticas através de <i>smartphone</i> . Assim, dependendo do valor de saída do SBRF, poderia ocorrer o rompimento da barragem.	- Maquete - <i>Software</i> FisPro - Blynk - Arduino - <i>Smartphone</i>
10ª AULA – AVALIAÇÃO DO APRENDIZADO		
	OBJETIVOS E DESCRIÇÃO DAS ATIVIDADES	RECURSOS
- Teoria dos conjuntos <i>fuzzy</i>	Na experiência real que tinha como fundamento esta sequência didática, desenvolvida através de um minicurso, houve como atividade final uma competição entre dois grupos, cada um com oito estudantes, acerca de cinco questões relacionadas ao conteúdo de conjuntos <i>fuzzy</i> , através de dois grupos criados no WhatsApp. As questões estavam inseridas nas fases do jogo construído no <i>software</i> livre RPG MAKER. Devido à dificuldade de instalação alterou-se o planejamento inicial. No ensino presencial a atividade poderá ser realizada em laboratório de informática.	- <i>Smartphone</i> - Jogo no RPG Maker

RESULTADOS DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA PROPOSTA COMO MINICURSO

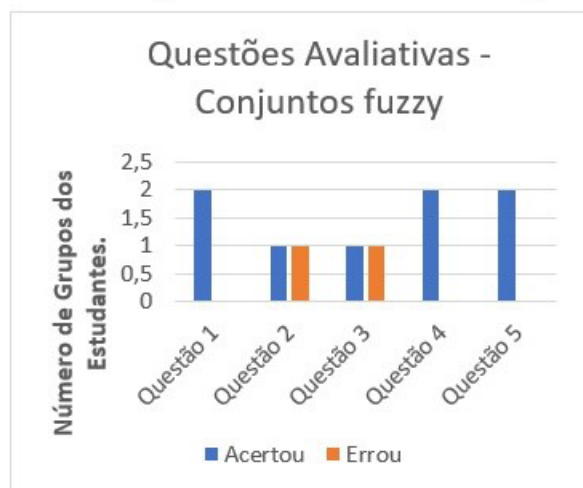
Na experimentação da sequência didática proposta, participaram do minicurso 21 estudantes que cursam o 2º ano e um aluno do 1º ano do ensino médio. O minicurso foi aberto ao público-alvo de algumas escolas públicas estaduais, sendo que os alunos participantes são de cinco dessas escolas. Nas Figuras 16 e 17 são apresentados os resultados da primeira avaliação e da segunda avaliação, respectivamente.

Figura 17 - Resultados da 1ª avaliação.



Fonte: elaborado pelo autor.

Figura 18 - Resultados da 2ª avaliação.



Fonte: elaborado pelo autor.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A implementação da sequência didática proposta mobilizou os estudantes a resolverem os problemas propostos com entusiasmo, reflexão e intuição. Estimulados pela curiosidade, até pesquisaram sobre o tema rompimento de barragens em vários meios de informação.

A metodologia aplicada motivou os estudantes-alvo – no caso em estudo, alunos de ensino médio – a elaborarem conceitos matemáticos novos, diferentes dos usuais dos currículos estabelecidos. Dessa forma, tem sido proporcionada a construção de uma análise crítica através de um problema vigente da realidade, possibilitando, assim, a aprendizagem de conceitos básicos fundamentais da teoria dos conjuntos *fuzzy*.

Os relatórios dos resultados das atividades avaliativas mostram que o aprendizado ocorreu de forma satisfatória. Por fim, acredita-se que a aplicação dessa atividade mostra que é possível que estudantes de ensino médio aprendam novos conceitos matemáticos de forma motivadora e participativa.

REFERÊNCIAS

ALENCAR FILHO, E. **Introdução à Lógica Matemática**. São Paulo: Nobel, 2002.

ALVES, A. J. **Uma biblioteca Fuzzy para Arduino e Sistemas Embarcados**. Blog ZeRoKoL. Teresina, 2012. Disponível em: <https://blog.zerokol.com/2012/09/arduinofuzzy-uma-biblioteca-fuzzy-para.html>. Acesso em: 04 nov. 2020.

BASSANEZI, R. C. Modelagem como estratégia metodológica no ensino da matemática. **Boletim de Educação da SBMAC**. São Paulo: IMECC/Unicamp, 1994.

BERTONE, A. M. A.; BASSANEZI, R. C.; JAFELICE, R. S. M. **Modelagem Matemática**. Uberlândia: Edufu, 2014.

BLYNK. Plataforma on-line. Disponível em: <https://blynk.io/>. Acesso em: 04 nov. 2020.

BRASIL. **Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_ver-saofinal_site.pdf. Acesso em: 09 fev. 2021.

BRASIL. Agência Nacional de Energia Elétrica – ANEEL., 2000. **Segurança barragens – Tabulação**. Disponível em: <https://www.aneel.gov.br/>. Acesso em: 09 fev. 2021.

CORCOLL-SPINA, C. O. **Lógica Fuzzy: reflexões que contribuem para a questão da subjetividade na construção do conhecimento matemático**. 2010, 165 f. Tese (Doutorado) – Programa de Pós Graduação em Educação. Área de concentração: Ensino de Ciências e Matemática Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo. São Paulo, 2010.

JAFELICE, R. S. M.; BARROS, L. C.; BASSANEZI, R. C.; **Teoria dos Conjuntos Fuzzy com Aplicações**. Notas em Matemática Aplicada, v. 17. 2. Ed. São Carlos: SBMAC, 2012.

JERONIMUS, J. **RFID and Wmos D1 mini**. Blog The Jeronimus, 2018. Disponível em: <https://blog.jeronimus.net/2018/03/rfid-and-wemos-d1-mini-1.html>. Acesso em: 04 nov. 2020.

LEITE, S. R. **Modelo para Avaliação de Riscos em Segurança de Barragens com Associação de Métodos de Análise de Decisão Multicritério e Conjuntos Fuzzy**. 2019, 222 f. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-graduação em Computação Aplicada. Área de concentração: Mestrado Profissional em Computação Aplicada da Universidade de Brasília. Brasília, 2019.

VALENTE, J. A. **Computadores e Conhecimento: representando a educação**. 2. ed. Campinas: UNICAMP, 1998.

ZADEH, L. A. **Fuzzy Sets, Information and Control**. 1965.

ZHANG, L. M.; XU, Y.; JIA, J. S. **Analysis of earth dam failures- A database approach**. ISGSR 2007- First International Symposium on Geotechnical Safety & Risk, Shanghai, v. 1, n. 1, 2007.

CURRÍCULOS

* Mestre em Ensino de Ciências e Matemática
<http://lattes.cnpq.br/1516251749975637>

** Doutorado em Engenharia Elétrica
Universidade Federal de Uberlândia
<http://lattes.cnpq.br/4014114406515905>

*** Mestre em Ensino de Ciências e Matemática
Universidade Federal de Uberlândia
<http://lattes.cnpq.br/2350447114030152>

**** Doutor em Hidráulica e Saneamento
Universidade Federal de Uberlândia
<http://lattes.cnpq.br/7174393724547658>