

Autores | Authors

Manoel Ricardo de  
Siqueira Filho\*[manoel.siqueira.filho@  
itec.ufpa.br]Selênio Feio da  
Silva\*\*

[selenio@ufpa.br]

**ANÁLISE DE TENSÕES E DEFORMAÇÕES NO TRILHO:  
INFLUÊNCIA DO MÓDULO DE VIA NO PROCESSO****ANALYSIS OF TENSIONS AND DEFORMATIONS IN THE RAIL:  
INFLUENCE OF THE TRACK MODULUS IN THE PROCESS**

**Resumo:** O trilho é o elemento estrutural mais importante da via permanente, pois o mesmo recebe diretamente o carregamento vertical oriundo das rodas do trem e o transmite para os elementos subjacentes. Diante disso, esse estudo foi desenvolvido com a finalidade de analisar, a partir do método de Talbot e de posse de dados operacionais da Estrada de Ferro Carajás, as tensões e deformações num perfil de trilho, considerando diferentes valores para o módulo de via, de modo a contemplar os cenários de baixa, média e alta qualidade da via quanto a sua rigidez. Foram realizadas análises comparativas através dos diagramas de deflexão, de momento fletor e de tensão normal no patim do trilho, bem como a verificação das tensões máximas em relação aos valores admissíveis, além de uma análise qualitativa da via baseada nas deflexões máximas. Constatou-se que quanto menos rígida é a via (menor módulo de via), maiores são os valores do momento fletor e da deflexão no trilho, bem como é maior a possibilidade de as tensões normais excederem o limite admissível e menos durável tende a ser a via.

**Palavras-chave:** Módulo de Via; Método de Talbot; Análise Estrutural de Trilho.

**Abstract:** The rail is the most important structural element of the permanent track, as it directly receives the vertical load from the train wheels and transmits it to the underlying elements. Therefore, this study was developed with the purpose of analyzing, using the Talbot method and possession of operational data from the Carajas Railway, the stresses and strains on the rail, considering different values for the track modulus, in order to contemplate the low, medium and high-quality scenarios of the railway as to its rigidity. Comparative analyzes were performed using the deflection, bending moment and normal stress diagrams of the rail, as well as checking the maximum stresses in relation to the allowable values, in addition to a qualitative analysis of the track based on the maximum deflections. It was found that the less rigid the track (smaller track modulus), the greater the values of bending moment and deflection on the rail, as well as the greater the possibility that normal stresses will exceed the allowable limit and the less durable it tends to be the way.

**Keywords:** Track Modulus; Talbot Method; Structural Analysis of Rail.

Recebido em: 30/04/2020

Aceito em: 30/11/2020

## INTRODUÇÃO

O transporte ferroviário é visto como um modal prioritário para que o Brasil alcance uma maior competitividade econômica. Conforme o PNL (2011), apenas 25% da produção nacional de transporte vinha do modal ferroviário, contra 43% nos Estados Unidos, 46% no Canadá e 81% na Rússia, o que evidencia um subaproveitamento desse modal no país. Existem, porém, projetos que visam ampliar a malha ferroviária nacional, como a Ferrovia e Integração do Centro-Oeste e a Ferrovia Paraense. A Figura 1 mostra uma composição trafegando na Estrada de Ferro Carajás.

Para que o transporte ferroviário se torne possível, é necessário a interação entre a ferrovia (via permanente), os veículos (material rodante) e outros fatores de ordem operacional. A via permanente pode ser entendida como a estrutura que possibilita a passagem dos veículos ferroviários, e serve de guia para os mesmos (HAY, 1982). A via possui diferentes elementos constituintes, sendo o principal deles o trilho, que por sua vez recebe diretamente o carregamento do tráfego. Ao longo da história da engenharia ferroviária, diversas hipóteses e métodos foram desenvolvidos com a finalidade de analisar tensões e deformações na via e nos seus elementos constituintes.

Dentre os métodos desenvolvidos, os mais utilizados são os que consideram o trilho como uma viga continuamente apoiada sobre uma base elástica, homogênea, isotrópica e linearmente elástica (FORTUNATO, 2005). Nesse contexto o método de Talbot, contribui com o conceito de módulo de via para representar a rigidez vertical do suporte dos trilhos.

O módulo de via representa a rigidez combinada de todos os elementos estruturais subjacentes ao trilho, como os dormentes, o lastro, o sub lastro e a infraestrutura (HAY, 1982).

Desse modo, o módulo de via indica a capacidade que a via tem de oferecer suporte ao trilho para que o mesmo consiga resistir aos esforços de flexão devido ao carregamento vertical das rodas.

Dada a heterogeneidade dos elementos estruturais que suportam o trilho, o valor do módulo de via pode variar, inclusive na mesma ferrovia. Devido a essa característica, é importante analisar as tensões e deformações no trilho considerando diferentes valores para o módulo de via, de modo que indiquem maiores e menores rigidezes, bem como comparar os resultados com valores admissíveis e critérios de durabilidade. Nesse contexto o presente trabalho visa realizar essa análise considerando determinadas condições operacionais de uma ferrovia em operação no Brasil.

## O MÉTODO DE TALBOT

De acordo com a AREA (1918), Talbot desenvolveu seu método considerando o trilho como uma viga de comprimento infinito continuamente apoiada sobre uma base elástica, base essa que tem sua rigidez vertical estimada a partir do módulo de via ( $u$ ), que é fisicamente definido como “uma força pelo comprimento unitário que cada trilho requer para provocar uma deflexão unitária na via” (SPADA, 2003, p.13), tendo a sua dimensão dada em unidade de força por área. A Figura 2 representa de maneira ilustrativa o modelo de análise.

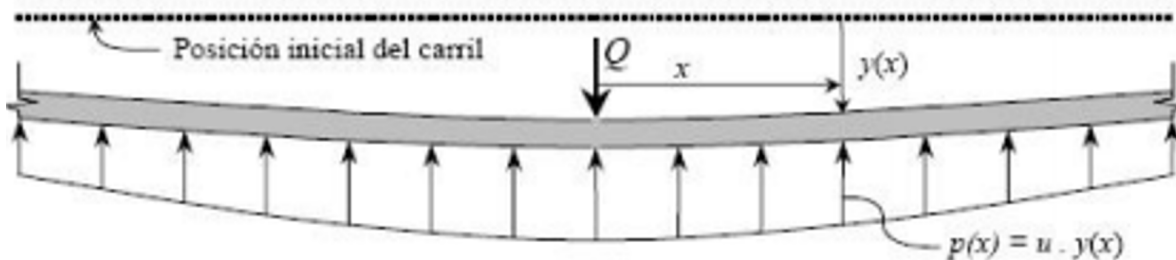
Conforme ilustrado na Figura 2,  $Q$  representa o esforço atuante no trilho, e  $P(x)$  a força de reação, ou suporte da base. O esforço de reação na base depende do valor do módulo de via ( $u$ ) e da deflexão do trilho ( $Y(x)$ ), conforme mostra a equação

Figura 1 - Estrada de Ferro Carajás



Fonte: Vale (2019)

Figura 2 – Ilustração do método de Talbot



Fonte: Teixeira (2003)

1. O modelo matemático governante é representado de maneira diferencial pela eq. 2.

$$P(x) = uy(x) \tag{1}$$

$$EI \frac{d^4 y}{dx^4} + uy(x) = 0 \tag{2}$$

Resolvendo-se a equação 2 se encontra a expressão que determina deflexão do trilho em qualquer ponto (eq. 3). Aplicando a segunda derivada na equação 3, obtém-se a expressão para o momento fletor (eq. 4).

$$y(x) = Q^4 \sqrt{\frac{1}{64EIu^3}} e^{-\frac{x}{L}} \left( \cos \frac{x}{L} + \text{sen} \frac{x}{L} \right) \tag{3}$$

$$M(x) = Q^4 \sqrt{\frac{EI}{64u}} e^{-\frac{x}{L}} \left( \cos \frac{x}{L} - \text{sen} \frac{x}{L} \right) \tag{4}$$

Onde:

$$L = \sqrt[4]{\frac{4EI}{u}} \tag{5}$$

Sendo:

$L$  o comprimento elástico do trilho.

$Q$  = Carregamento concentrado da roda do trem.

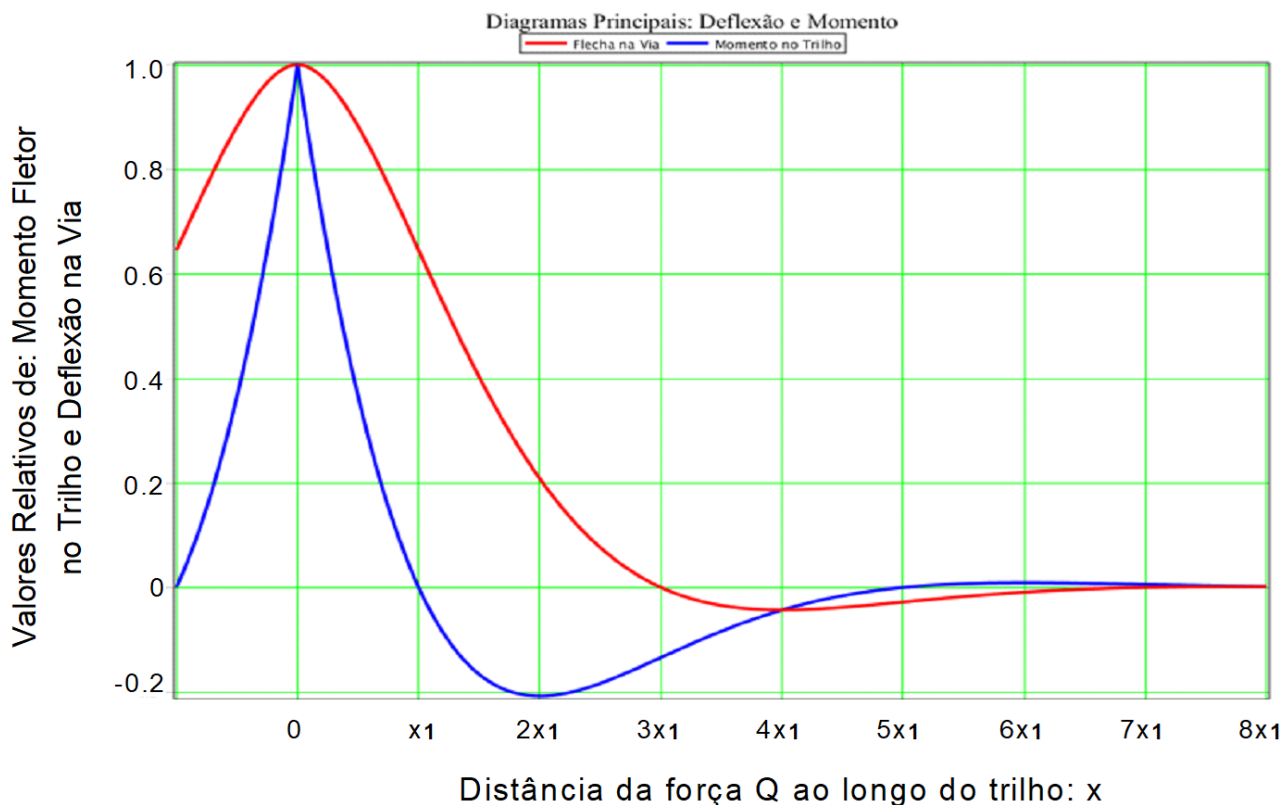
$u$  = módulo de via.

$e$  = Neperiano

$EI$  = Rigidez do trilho à flexão vertical, sendo  $I$  o momento de inércia da seção e  $E$  o módulo de elasticidade. Estão ilustrados na Figura 3 os diagramas principais de deflexão e momento fletor para o método de Talbot.

O gráfico da Figura 3 ilustra as funções de momento fletor (curva azul) e deflexão (curva vermelha) para o método de Talbot, elaborado pelo autor. Os valores para  $x_1$  e  $3x_1$  são

Figura 3 – Diagrama de momento e flecha segundo o método de Talbot



dados pelas equações 6 e 7, conforme demonstrado em Hay (1982).

$$x_1 = \frac{\pi}{4} \sqrt[4]{\frac{4EI}{u}} \quad (6)$$

$$3 \cdot x_1 = \frac{3\pi}{4} \sqrt[4]{\frac{4EI}{u}} \quad (7)$$

Os valores máximos para o momento fletor (eq. 8) e deflexão (eq. 9) ocorrem no ponto de aplicação da carga, quando  $x$  é igual a 0.

$$y_{m\acute{a}x} = Q \sqrt[4]{\frac{1}{64EIu^3}} \quad (8)$$

$$M_{m\acute{a}x} = Q \sqrt[4]{\frac{EI}{64u}} \quad (9)$$

## Módulo de via

O módulo de via representa a combinação da rigidez vertical dos dormentes, das fixações, do lastro, sub lastro e da infraestrutura. O seu valor é afetado por variáveis como: a qualidade dos dormentes, o seu tamanho e o espaçamento entre eles, a densidade e a espessura da camada de lastro e do sub lastro, bem como a resiliência da fundação (DIPILLATO; SIMON, 1983). Desse modo seu valor tende a variar, inclusive na mesma ferrovia.

Para Hay (1982), o módulo da via não pode ser determinado através de uma medida direta, porém pode-se medir a deflexão máxima e a partir daí calcular o seu valor, como mostra a equação 10.

$$u = \sqrt[3]{\frac{Q^4}{64EIy_{m\acute{a}x}^4}} \quad (10)$$

Talbot indicou os limites de variação para o módulo de via como valores indo de 0,37 kN/cm<sup>2</sup> a 3,04 kN/cm<sup>2</sup> (BASTOS, 1999). Conforme um trabalho realizado pelo IPT (1985) na Estrada de Ferro Carajás (EFC), foram encontrados valores para o módulo de via de 4,15 kN/cm<sup>2</sup> e 6,78 kN/cm<sup>2</sup>. Outro

estudo realizado pelo IPT (1993) na EFC encontrou os valores de 4,2 kN/cm<sup>2</sup> e 3,7 kN/cm<sup>2</sup> para duas diferentes locações.

Quanto ao aspecto qualitativo Hay (1982) indica que 1,4 kN/cm<sup>2</sup> é o valor mínimo do módulo de via a ser requerido para garantia de um desempenho satisfatório para a via. Alias (1977) classifica a qualidade da via em função do módulo de via, conforme mostra a Tabela 1.

## TENSÕES NORMAIS DEVIDO A FLEXÃO

Uma vez determinado o momento fletor máximo no trilho, é necessário verificar se a tensão de flexão produzida ultrapassa ou não as recomendações. Para a determinação da máxima tensão de tração no trilho devido a flexão, Hay (1982) recomenda a aplicação da eq. 11.

$$\sigma_{m\acute{a}x} = \frac{M_{m\acute{a}x} \times c}{I} \quad (11)$$

Onde:

$\sigma$  = tensão máxima de tração na flexão no trilho.

$M_{m\acute{a}x}$  = momento fletor máximo no trilho.

$I$  = momento de inércia da seção do trilho.

$c$  = distância da linha neutra até a base do trilho.

A equação 11 pode ser colocada em função do módulo resistente da seção transversal do trilho, que é dado a partir da seguinte relação:

$$W = \frac{I}{c} \quad (12)$$

$$\sigma_{m\acute{a}x} = \frac{M_{m\acute{a}x}}{W} \quad (13)$$

Como o Patim do trilho é o elemento que resiste aos maiores esforços normais devido a flexão, a AREMA (2013) indica utilizar o módulo resistente do Patim ( $W_p$ ) para o cálculo, conforme a equação 14.

$$\sigma_{m\acute{a}x} = \frac{M_{m\acute{a}x}}{W_p} \quad (14)$$

**Tabela 1** – Valores para o módulo de via segundo Alias (1977)

| Condição da via | Valor correspondente do módulo de via (kN/cm <sup>2</sup> ) |
|-----------------|---|
| Boa             | 5,76  |
| Média           | 2,88  |
| Ruim            | 0,96  |

**Tabela 2** – Parâmetros para o cálculo da tensão admissível.

| Parâmetro  | Valor (dimensão) |
|------------|------------------|
| A          | 0,15             |
| B          | 0,25             |
| C          | 0,15             |
| D          | 0,15             |
| $\sigma_y$ | 70000 (psi)      |
| $\sigma_t$ | 20000 (psi)      |

Fonte: adaptada do Manual de engenharia ferroviária da AREMA (2013)

### Tensões normais admissíveis

A tensão admissível indica o quanto de tensão um material suporta com certa margem de segurança. Conforme a AREMA (2013) a tensão admissível ( $\sigma_{adm}$ ) para esforços de flexão no trilho, considerando um trilho longo soldado, pode ser calculada através da equação 15.

$$\sigma_{adm} = \frac{\sigma_y - \sigma_t}{(1 + A)(1 + B)(1 + C)(1 + D)} \quad (15)$$

Onde  $\sigma_y$  é a tensão de escoamento do trilho,  $\sigma_t$  é a tensão normal devido a variações de temperatura (tensões térmicas), e os coeficientes A, B, C e D são, respectivamente: fatores de segurança devido a flexão lateral, condições da via, desgaste do trilho e sua corrosão, e superelevação não balanceada. A Tabela 2 mostra os valores indicados pela AREMA (2013), para os parâmetros citados.

Aplicando-se os dados da Tabela 2 na equação 15, tem-se o seguinte valor para a tensão normal admissível no trilho:

$$\sigma_{adm} = \frac{70000 - 20000}{(1 + 0,15)(1 + 0,25)(1 + 0,15)(1 + 0,15)} = 25000 \text{ psi} = 1757,6 \text{ kgf/cm}^2$$

### VALORES DESEJÁVEIS PARA A DEFLEXÃO

AREMA (2013) propôs limites recomendáveis para a magnitude das deflexões nos trilhos, que devem ser mantidas dentro da faixa de 1/8 pol. (3,175 mm) a 1/4 pol. (6,35 mm). Lundgren et al. (1970) incorporaram essa recomendação e propuseram um diagrama baseado em critérios de durabilidade, que apresenta os limites de deflexão vertical dos trilhos. O diagrama é apresentado na Figura 4.

**A:** Faixa de deflexões para a via que durará indefinidamente (0 mm a 5,08 mm).

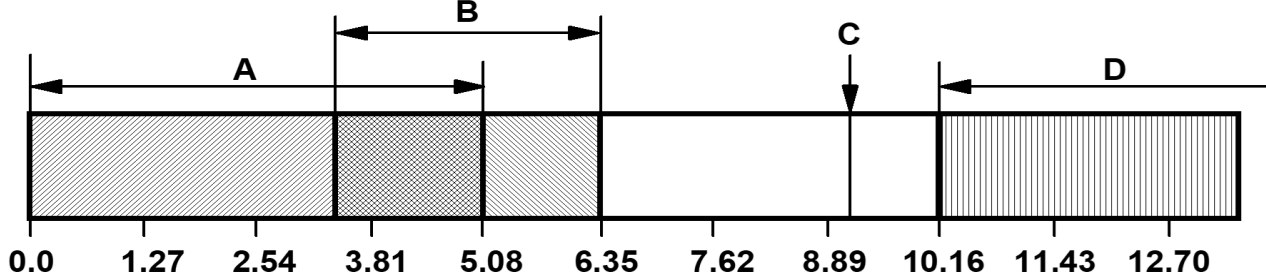
**B:** Valores normais de deflexões máximas desejáveis para vias de carga pesada, de modo a combinar bom nível de rigidez e flexibilidade, indo de 3,175 mm a 6,35 mm, segundo a recomendação da AREMA (2013).

**C:** Limite desejável para uma via com perfil de trilho leve ( $\leq 50 \text{ kg/m}$ ).

**D:** Via com deficiências de manutenção, que se deteriorará rapidamente.

### ESTUDO DE CASO: METODOLOGIA E APRESENTAÇÃO

O Estudo de caso tem o objetivo de analisar a partir do método de Talbot os diagramas de momento fletor, de flecha e

**Figura 4** – Diagrama para deflexões máximas segundo critério de durabilidade

Fonte: adaptada de Lundgren et al. (1970)

de tensão normal no patim em um perfil de trilho, bem como comparar valores máximos desses parâmetros com valores limites admissíveis. Serão consideradas três condições de rigidezes verticais das vias conforme o módulo de via, a partir da classificação de Alias (1977). Para a obtenção dos resultados numéricos e dos diagramas foi utilizado o software Maple.

Alguns dados necessários para o desenvolvimento do estudo, como o tipo de perfil utilizado, a velocidade máxima do trem carregado e o peso máximo por eixo foram obtidos de uma ferrovia real em operação no Brasil, a partir da Declaração de rede 2018 da ANTT serão utilizados dados da Estrada de Ferro Carajás (EFC), ver Tabela 3.

Outra variável necessária para a análise do estudo de caso é o raio da roda do veículo considerado. A partir do fabricante

de vagões e rodas ferroviárias GBMX (2019), foi escolhido um perfil com 36 polegadas de diâmetro.

A seguir estão algumas considerações importantes para o desenvolvimento do estudo de caso.

1ª) O perfil TR 68 será considerado novo, com suas propriedades geométricas mantidas de fábrica.

2ª) O desenvolvimento dos cálculos se dará considerando o carregamento de uma roda do veículo.

A Tabela 4 traz as propriedades físicas e geométricas de um perfil de trilho do tipo TR 68 a serem utilizadas nas análises, já a Figura 5 ilustra a seção transversal do mesmo.

**Tabela 3** – Dados referentes à EFC

| Dados da EFC do trecho Ponta da madeira-Carajás. (km 0,00 a km 891,00). |              |
|---|--------------|
| Velocidade máxima do trem carregado.                                    | 70 km/h      |
| Peso máximo por eixo.   | 33 toneladas |
| Perfil de trilho utilizado.   | TR 68        |

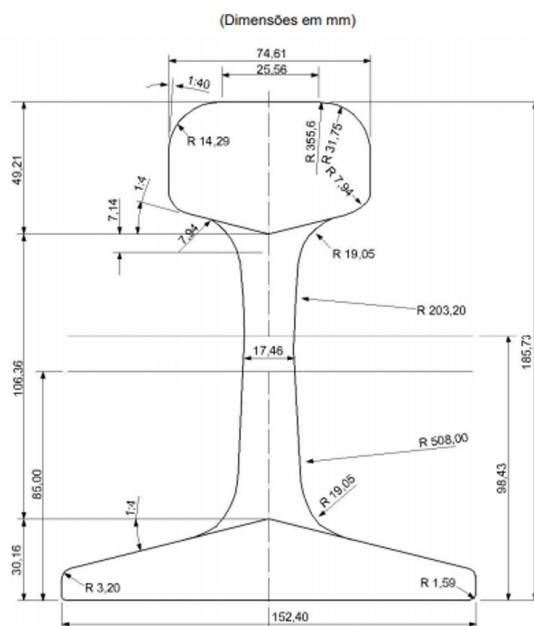
Fonte: ANTT – Declaração de rede 2018 – DR 2018 EFC

**Tabela 4** – Propriedades físicas e geométricas de um perfil de trilho TR 68

|   |   |
|---|---|
| Módulo de elasticidade (E)                    | 2,100×10 <sup>6</sup> kgf/cm <sup>2</sup> |
| Momento de inércia (I)                        | 3920,90 cm <sup>4</sup>                   |
| Módulo resistente do Patim ( W <sub>p</sub> ) | 462,12 cm <sup>3</sup>                    |

Fonte: Adaptada de DNIT, PIM 001 – Trilho para a linha férrea (2015)

**Figura 5** – Perfil TR 68



Fonte: DNIT, PIM 001 – Trilho para a linha férrea (2015)

## Determinação do fator de impacto dinâmico e do carregamento dinâmico da roda ( $Qd$ )

Para a determinação das tensões e deformações no trilho é necessário conhecer primeiro o esforço atuante. Por isso será determinado o fator de impacto dinâmico ( $C_d$ ) correspondente a velocidade e o raio da roda fornecidos no comando, calculado a partir a formulação da AREMA (2013), expressa na equação 16.

A velocidade dada na Tabela 3 está em km/h, precisando ser convertida para milhas por hora para a aplicação da formulação da AREMA (2013), através de seguinte relação:

$$V = \frac{V(\frac{km}{h})}{1,61} = \frac{70}{1,61} = 43,5 \frac{mi}{h}$$

Então:

$$C_d = 1 + \frac{33V}{100D} \quad (16)$$

$$C_d = 1 + \frac{33 \times 43,5}{100 \times 36} = 1,458$$

Carga estática por roda é igual a metade da carga por eixo (33 toneladas), sendo:

$$Q = \frac{33}{2} = 16,5 \text{ tf} = 16500 \text{ kgf.}$$

A carga dinâmica da roda é dada por:

$$Qd = C_d \times Q = 1,458 \times 16500 = 23080 \text{ kgf.}$$

Utilizando as equações desenvolvidas por Talbot para determinar a deflexão e o momento fletor em função da distância ao longo do trilho ( $x$ ), serão montados diagramas correspon-

dentes a cada condição de via. As equações já estão em função do carregamento ajustado pelo impacto dinâmico.

Para momento fletor:

$$M_{(x)} = Qd^4 \sqrt{\frac{EI}{64.u}} e^{-\frac{x}{L}} (\cos \frac{x}{L} - \text{sen} \frac{x}{L})$$

Para a deflexão:

$$y_{(x)} = Qd^4 \sqrt{\frac{1}{64.E.I.u^3}} e^{-\frac{x}{L}} (\cos \frac{x}{L} - \text{sen} \frac{x}{L})$$

## RESULTADOS E DISCUSSÕES

A Tabela 5 e os diagramas, mostram os valores das deflexões e momentos fletores nas vias em função da distância do local de aplicação da carga  $Qd$  ao longo do trilho.

### Diagramas de comparação entre as flechas nas três vias

Com base na Tabela 5 e no diagrama comparativo da Figura 6, se observa que as deflexões são maiores conforme diminui o módulo de via (a rigidez da via). Para as deflexões máximas, a via boa apresenta 0,2304 cm, a via média 0,3875 cm e a via ruim 0,8833 cm.

Por razões comparativas, é importante verificar também a proporção entre essas deflexões. Para isso os valores foram normalizados, considerando a deflexão na via boa com valor um (1), conforme mostra a Tabela 6.

Como mostra a Figura 6, é importante destacar também que a deflexão se anula a uma distância menor na via boa do que nas vias média e ruim. A partir da Tabela 5 se observa que no ponto localizado a 200 cm da aplicação da carga ( $x = 200$ ) a

**Tabela 5** – Valores para a deflexão e o momento fletor em função de  $x$

| X (cm) | Deflexões (cm) |           |         | Momentos ( $\times 10^5$ kgf $\times$ cm) |           |         |
|--------|----------------|-----------|---------|---|-----------|---------|
|        | Via Ruim       | Via Média | Via Boa | Via Ruim                                  | Via Média | Via Boa |
| 0,00   | 0,8833         | 0,3875    | 0,2304  | 7,8528                                    | 5,9668    | 5,0175  |
| 100    | 0,5983         | 0,2049    | 0,0964  | 0,26955                                   | -0,5795   | -0,8011 |
| 200    | 0,2227         | 0,0325    | 0,0002  | -1,6145                                   | -1,1128   | -0,7103 |
| 300    | 0,0209         | -0,0156   | -0,0092 | -1,2111                                   | -0,3967   | -0,1034 |
| 400    | -0,0364        | -0,0114   | -0,0026 | -0,4906                                   | -0,0104   | 0,0445  |
| 500    | -0,0307        | -0,0027   | 0,0003  | -0,0706                                   | -0,0529   | 0,0219  |
| 600    | -0,0135        | 0,0005    | 0,0003  | 0,0626                                    | 0,0243    | 0,0012  |
| 700    | -0,0025        | 0,0006    | 0,0001  | 0,0608                                    | 0,0029    | -0,0019 |
| 800    | 0,0013         | 0,0002    | 0,0000  | 0,0289                                    | -0,0023   | -0,0006 |
| 900    | 0,0015         | -0,0000   | 0,0000  | 0,0066                                    | -0,0014   | 0,0000  |
| 1000   | 0,0008         | -0,0000   | 0,0000  | -0,0020                                   | -0,0003   | 0,0000  |

Figura 6 – Diagrama comparativo das deflexões nas três vias

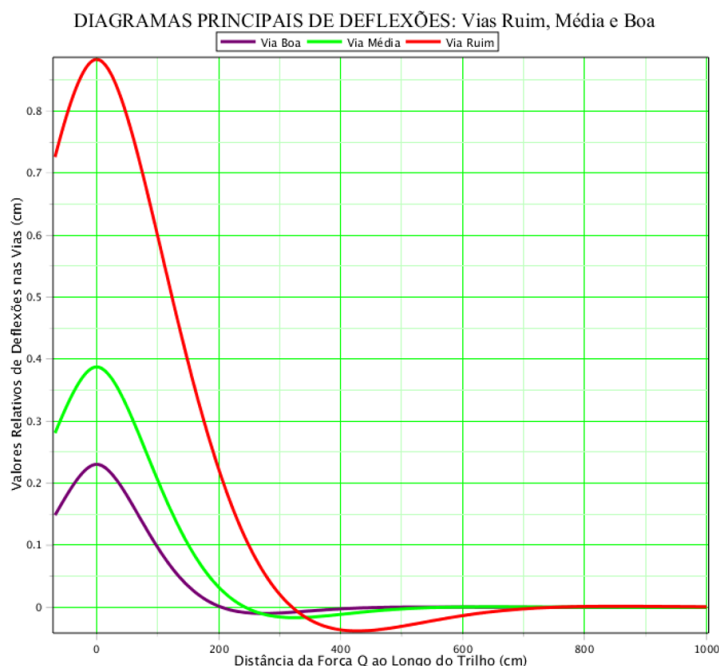


Tabela 6 – Relação normalizada das deflexões máximas

| Condição da via | Valores reais para as deflexões máximas (cm) | Valores normalizados para as deflexões máximas |
|-----------------|--|--|
| Via boa         | 0,2304                                       | 1  |
| Via média       | 0,3875                                       | 1,6818   |
| Via ruim        | 0,8833                                       | 3,8337   |

deflexão é de 0,0002 cm na via Boa, 0,0325 cm na via média e 0,2227 cm na via ruim.

### Diagrama de comparação entre os momentos nas três vias

Conforme a Tabela 5 e os diagramas da Figura 7, é possível observar que o momento tende a ser maior conforme o módulo de via é menor, ou seja, a via tem menor rigidez. Para os momentos máximos a via boa apresenta  $5,0175 \times 10^5$  kgf.xcm a via média  $5,9668 \times 10^5$  kgf.xcm e a via ruim  $7,8528 \times 10^5$  kgf.xcm. Por razões comparativas, é importante verificar também a proporção entre esses momentos. Para isso os valores foram

normalizados, considerando o momento máximo na via boa como 1, conforme mostra a Tabela 7.

### Comparativo da influência do módulo de via nos valores máximos de momento fletor e deflexão

Com base nas Tabelas 6 e 7, foi observado que a variação da qualidade da via baseada na rigidez vertical (módulo de via) influenciou de maneira mais intensa a deflexão do que o momento. A Tabela 8 mensura isso.

Conforme mostra a Tabela 8, o valor da deflexão máxima na via ruim é 3,8337 maior que na via boa, enquanto que o momento máximo na via ruim é 1,5650 vezes maior que na via boa, evidenciando que a variação do módulo de via influen-



Figura 7 – Diagrama comparativo dos momentos nas três vias

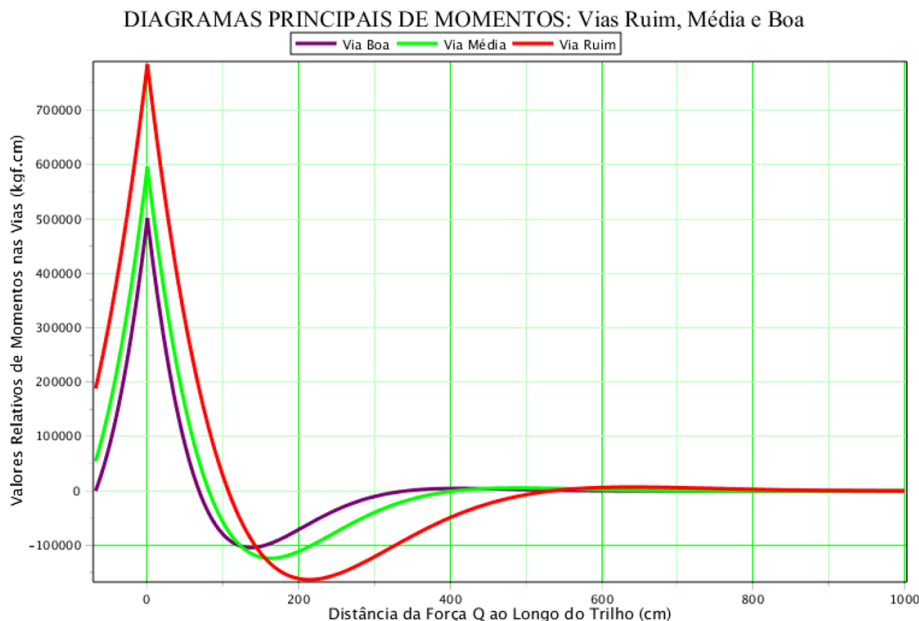


Tabela 7 – Relação normalizada dos momentos fletores máximos

| Condição da via | Valor reais para os momentos máximos ( $\times 10^5$ kgf.cm) | Valor normalizado para os momentos máximos |
|-----------------|--|--|
| Via boa         | 5,0175   | 1  |
| Via média       | 5,9668   | 1,1892                                     |
| Via ruim        | 7,8528   | 1,5650                                     |

Tabela 8 – Comparação entre os valores normalizados de deflexões e momentos máximos

| Condição da via | Valor normalizado para as deflexões máximas | Valores normalizados para os momentos máximos |
|-----------------|---|---|
| Via boa         | 1   | 1   |
| Via média       | 1,6818                                      | 1,1892  |
| Via ruim        | 3,8337                                      | 1,5650  |

Tabela 9 – Valores para a tensão normal na base do patim

| X (cm) | Tensões normais ( $\times 10^3$ kgf/cm <sup>2</sup> ) |           |         |
|--------|---|-----------|---------|
|        | Via Ruim  | Via Média | Via Boa |
| 0,00   | 1,6992  | 1,2911    | 1,0857  |
| 100    | 0,05832   | -0,1254   | -0,1733 |
| 200    | -0,3493   | -0,2408   | -0,1537 |
| 300    | -0,2620   | -0,0858   | -0,0223 |
| 400    | -0,1061   | -0,0022   | 0,0096  |
| 500    | -0,0152   | -0,0114   | 0,0047  |
| 600    | 0,0135  | 0,0052    | 0,0002  |
| 700    | 0,0131  | 0,0006    | -0,0004 |
| 800    | 0,0062  | -0,0004   | 0,0001  |
| 900    | 0,0014  | -0,0003   | 0,0000  |
| 1000   | -0,0004   | 0,0000    | 0,0000  |

ciou com maior sensibilidade a variação dos valores máximos de deflexão do que os de momento fletor.

### Tensões normais na base do patim do trilho

A tensão máxima de tração no Patim é dada pela equação 17:

$$\sigma_{m\acute{a}x} = \frac{M_{m\acute{a}x}}{W_p} \tag{17}$$

Para o método de Talbot, essa equação representa a tensão normal na base do patim do trilho abaixo do ponto de aplicação da carga, onde  $x = 0$  e  $M_{(0)} = M_{m\acute{a}x}$ . Para se obter a função da tensão normais na base do patim para qualquer distância  $x$ , basta substituir a função do momento na equação 17, obtendo-se a equação 18:

$$\sigma_{(x)} = \frac{Q' \sqrt{\frac{EI}{64u}} \cdot e^{-\frac{x}{L}} (\cos \frac{x}{L} - \text{sen} \frac{x}{L})}{W_p} \tag{18}$$

Abaixo tem-se a Tabela 9, com valores de tensões para diferentes distâncias de aplicação da carga. É importante destacar que as curvas de tensão são semelhantes às de momento, diferindo na magnitude e unidade de medida.

**Verificação de tensões:** Para que o perfil atendas as solicitações com segurança, a tensão máxima deve ser menor ou igual a tensão admissível.

$$\sigma_{m\acute{a}x} \leq \sigma_{adm}$$

Os valores para as tensões máximas no patim segundo a Tabela 9 são:  $1,6992 \times 10^3$  kgf/cm<sup>2</sup> para a via ruim,  $1,2911 \times 10^3$  kgf/cm<sup>2</sup> na via média e  $1,0857 \times 10^3$  kgf/cm<sup>2</sup> para a via boa.

Considerando o valor admissível como  $1,7576 \times 10^3$  kgf/cm<sup>2</sup> (conforme a AREMA, 2013) tem-se:

**Via boa:**  $1085,7 \times 10^3$  kgf/cm<sup>2</sup> <  $1,7576 \times 10^3$  kgf/cm<sup>2</sup>

O perfil atende a inequação.

**Via média:**  $1,2911 \times 10^3$  kgf/cm<sup>2</sup> <  $1,7576 \times 10^3$  kgf/cm<sup>2</sup>

O perfil atende a inequação.

**Via ruim:**  $1,6992 \times 10^3$  kgf/cm<sup>2</sup> <  $1,7576 \times 10^3$  kgf/cm<sup>2</sup>

Verificação: O perfil atende a inequação.

### Análise das deflexões máximas a partir de critérios de durabilidade da via

Os valores obtidos para as deflexões máximas nas três condições de via serão analisados com base no diagrama apresentado por Lundgren et al. (1970), que mostra os limites de deflexão separados por faixas, de acordo com critérios de durabilidade. A Figura 8 mostra o diagrama, e a Tabela 10 mostra o significado e os limites de cada faixa.

Na Figura 8, a letra C não constitui uma faixa, e sim um valor limite desejável para uma via com perfil de trilho leve (< 50 kg/m), portanto não se aplica a esse estudo de caso, pois o perfil TR 68 excede os 50 kg/m, sendo esse utilizado em ferrovias de carga pesada. Desse modo as deflexões máximas para cada condição de via serão analisadas com base na comparação com as faixas A, B e D.

**I- Para a via boa:** A deflexão máxima na via boa foi de 0,2304 cm ou 2,304 mm. Esse valor indica que a via está dentro da faixa A (0 a 5,08 mm) porém abaixo do limite inferior da faixa B (3,175 mm). Isso significa que a via boa apresenta um valor baixo de deflexão, que permitirá ter uma durabilidade indefinida, porém não combina a rigidez e a flexibilidade de

Figura 8 – Diagrama de deflexões na via por critério de durabilidade

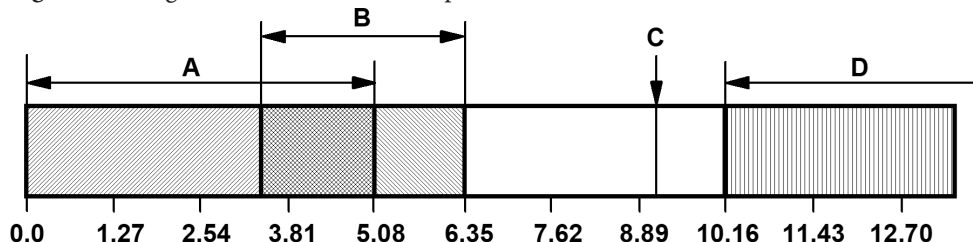


Tabela 10 – Faixas de deflexões máximas segundo critério de durabilidade.

| Faixa | Significado Físico   | Limites das faixas (mm) |
|-------|--|-------------------------|
| A     | Valores de deflexão para uma via com durabilidade indefinida.  | 0 a 5,08                |
| B     | Valores normais para a deflexão máxima em uma via de carga pesada, com boa combinação de rigidez e flexibilidade, conforme a recomendação da AREMA (2013). | 3,175 a 6,35            |
| D     | Deflexões para uma via com manutenção deficiente, que se deteriorará rapidamente.  | >10,16                  |

maneira desejável, indicando que é pouco mais rígida que o ideal.

**II- Para a via média:** A deflexão máxima na via média é de 0,3875 cm ou 3,875 mm, o que coloca a via dentro das faixas A e B. Nessa condição, além da via média ter durabilidade indefinida, apresenta também uma combinação desejável de rigidez e flexibilidade.

**III- Para a via ruim:** A via ruim apresentou uma deflexão máxima de 0,8833 cm ou 8,833 mm, consideravelmente acima dos limites superiores das faixas A (5,08 mm) e B (6,35 mm), sendo mais próximo do limite inferior da faixa D (10,16 mm). Desse modo se conclui que a via ruim não apresenta condições desejáveis de serviço, com uma tendência a se deteriorar mais rapidamente.

## CONCLUSÕES

Com relação aos momentos fletores no trilho, com base nos diagrama comparativo da Figura 7 e na Tabela 5, os maiores valores do módulo de via os momentos são menores, bem como é menor a distância em que seus efeitos se anulam. Como as tensões normais na base do patim são função do momento, as mesmas considerações feitas para a análise de momento são válidas para estas (ver Tabela 9).

A partir da análise dos diagramas comparativos e das tabelas para a deflexão nas três vias, se concluiu que quanto menos rígida é uma via (menor módulo de via) maiores são as deflexões, bem como é maior a distância de alcance das deflexões a partir do ponto de aplicação da carga, ou seja, a extensão da bacia de deflexões (ver Figura 6 e Tabela 5).

Observa-se também que a variação do módulo de via influenciou de maneira mais sensível os valores máximos de deflexão que os de momento fletor. As deflexões máximas na via ruim foram mais de três vezes maiores que na via boa, enquanto os momentos máximos na via ruim foram cerca de 1,6 vezes maiores que na via boa (Tabela 8).

Quanto a análise das deflexões máximas por critério de durabilidade, constatou-se que a via sofreu deflexões acima dos limites desejáveis, indicando que ela terá uma durabilidade menor. Foi visto também que tanto a via boa e a via média apresentaram deflexões que lhes permitem ter durabilidade indefinida. Porém quanto a combinação desejável de rigidez e flexibilidade, a via boa apresentou deflexões que indicam ser mais rígida que o ideal, já as deflexões na via média mostram que a mesma apresentou boa combinação de rigidez e flexibili-

dade (Conforme: 5.2.5 Análise das deflexões máximas a partir de critérios de durabilidade da via).

## REFERÊNCIAS

ALIAS, J. “*La voie ferrée: Techniques de construction et d’entretien*”. Paris: Édition Eyrolles, 1977.

AMERICAN SOCIETY OF CIVIL ENGINEER; AMERICAN RAILWAY ENGINEERING ASSOCIATION (AREA). “*Special Committee on Stresses in Railroad Track*”. First Progress Report in Transport. ASCE. V. 82. 1918

ANTT. **Declaração de rede 2018**. Disponível em: <[http://www.antt.gov.br/ferrovias/arquivos/Declaracao\\_de\\_Nete\\_2018.html](http://www.antt.gov.br/ferrovias/arquivos/Declaracao_de_Nete_2018.html)>, Acesso em 30 de outubro de 2019.

AREMA. **Manual for Railway Engineering, Volume 1 - Chapter 30 - Ties - Part 1 “General considerations”**. American Railway Engineering and Maintenance of Way Association, USA, 2013.

AREMA. **Manual for Railway Engineering, Volume 1 - Chapter 4 - Rail - Part 2 “Manufacture of rail”**. American Railway Engineering and Maintenance of Way Association, USA, 2013.

AREMA. **Manual for Railway Engineering, Volume 4 - Chapter 16 - Part 10 “Economics of Railway Engineering and Operations - Construction and Maintenance Operations”**. American Railway Engineering and Maintenance of Way Association, USA, 2013.

BASTOS, P. S. dos S. “*Análise Experimental de Dormentes de Concreto Protendido Reforçados com Fibras de Aço*”. Tese (Doutorado) –Escola de Engenharia de São Carlos, Arquitetura e Urbanismo, Universidade de São Paulo, São Carlos, 1999.

DIPILATO, M. A.; STEINBERG, E. I.; SIMON, R. M. “**Ballast and subgrade requirements study. Railroad track substructure. Design and performance. Evaluation Practices**”. Federal Railroad Administration. Office of Research and Development. Washington, D.C., USA, 1983.

ESVELD, C. “**Modern Railway Track**”. Delft: MRT Productions, 2001.

FORTUNATO, E. M. C. “**Renovação de Plataformas Ferroviárias, Estudos Relativos à Capacidade de Carga**”. 628 p. Tese (Doutorado)

- Universidade do Porto, Faculdade de Engenharia, Porto, 2005.

GBMX. Solução completa e integrada para as ferrovias da América do Sul. Disponível em: <[http://www.amstedmaxion.com.br/wpcontent/uploads/2019/01/GBM\\_011\\_Folder.pdf](http://www.amstedmaxion.com.br/wpcontent/uploads/2019/01/GBM_011_Folder.pdf)>, Acesso em: 02 de novembro de 2019.

HAY, W.W. **“Railroad Engineering, Second”**. New York: John Wiley and Sons, Inc., 1982.

INSTITUTO DE PESQUISAS TÉCNOLÓGICAS. **Determinação do modulo de via na Estrada de Ferro Carajás**. São Paulo. Relatório IPT n.31.220 53 p. 1993.

INSTITUTO DE PESQUISAS TÉCNOLÓGICAS. **Ensaio dinâmico e determinação do modulo de via na Estrada de Ferro Carajás**. São Paulo. Relatório IPT n.21.723 43 p. 1985.

KERR, A.D. **“On the Stress Analysis of Rails and Ties”** In: Report nº FRA – ORD&D – 76 – 234. Washington DC. September, 1976.

LUNDGREN, J.R.; MARTIN, G.C.; HAY, W.W. **A Simulation Model of Ballast Support and the Modulus of Track Elasticity**, (Masters Thesis), Civil Engineering Studies, Transportation Series, No. 4, University of Illinois, 1970.

MINISTÉRIO DA INFRAESTRUTURA. **Relatório Executivo PNLT**. Disponível em: <<http://infraestrutura.gov.br/images/2014/11/PNLT/2011.pdf>>, Acesso em 24 de junho de 2019.

SPADA, J. L. G. **“Uma Abordagem de Mecânica dos Pavimentos Aplicada ao Entendimento do Mecanismo de Comportamento Tensão-Deformação da Via Férrea”**. 251p. Tese (Doutorado) – COPPE, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2003.

TEIXEIRA, P. F. **Contribución a la reduccion de los costes de matenimiento de las vías de alta velocidad mediante la optimización de su rigides vertical**. UPC, 2003.

VALE. **Expansão da Estrada de Ferro Carajás avançam no Maranhão e Pará**. Disponível em; <<http://www.vale.com/brasil/PT/aboutvale/news/Paginas/expansao-da-estrada-de-ferro-carajas-avanca-no-paranhao-e-no-para.aspx>>. Acesso em 24 de novembro

de 2019.

## CURRÍCULOS

\* Engenheiro Ferroviário e Logístico. Universidade Federal do Pará. Lattes: <http://lattes.cnpq.br/7578185424053353>

\*\* Doutor em Estruturas e Construção Civil. Universidade Federal do Pará. Lattes: <http://lattes.cnpq.br/6377530179701831>